

Rõhu- ja impulssvälja kujunemine tuulises ebaühtlaselt soojenenud atmosfääris vahelduva maastiku kohal

Ülevaade magistritööst

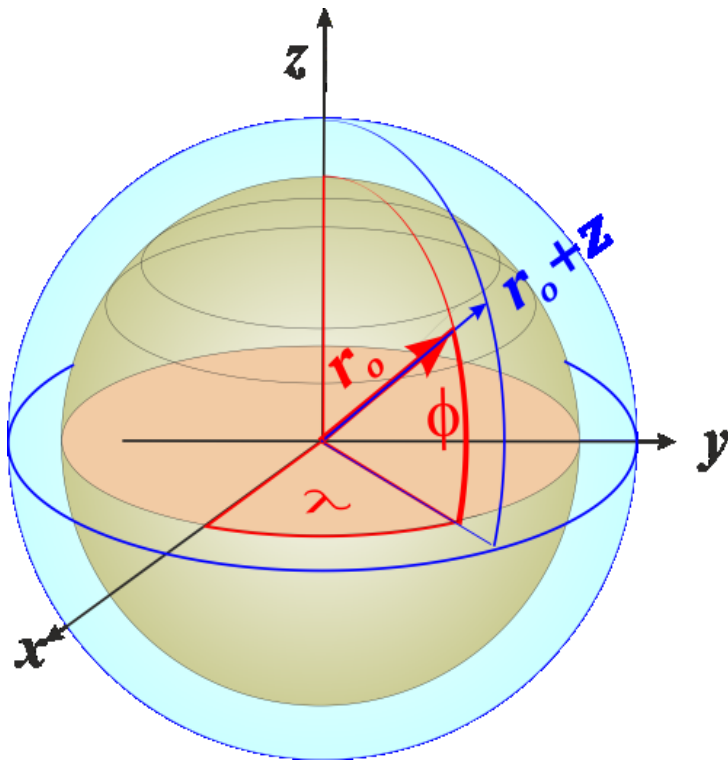
Heido Trofimov

Ettekande kava

- Piirkond ja koordinaadid
- Võrrandite tutvustus
- Ääritingimused
- Rõhu ääreväärtusprobleemi lahend
- Modelleerimistulemused

Piirkond ja koordinaadid

Piirkond on globaalne planeedi atmosfäär



Piirkond koordinaatides: $\lambda \in [-\pi, \pi], \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \zeta \in [0, 1]$

Horisontaalsed koordinaadid on tavalised laius- ja pikkuskraad

Vertikaalne koordinaat: $Z(\zeta, \lambda, \varphi) = Z_M \zeta + [1 - \zeta]Z_0(\lambda, \varphi)$

Atmosfääridünaamika võrrandid

- Liikumisvõrrand

$$\partial_t \mathbf{u} = -\nabla p - \mathbf{b} p$$

Tähistused:

$$\partial_t = \frac{\partial}{\partial t} \quad - \text{ajaline osatuletis (suuruse muutumiskiirus ruumipunktis)}$$

$$\mathbf{u} = \rho \mathbf{v} \quad - \text{impulsitiheus } (\rho - \text{õhutihedus, } \mathbf{v} - \text{tuulekiirus)}$$

$$\nabla \quad - \text{gradient ehk ruumiline tuletis (suuruse muutumiskiirus ruumis)}$$

$$p \quad - \text{õhurõhk}$$

$$\mathbf{b} = \frac{(\nabla Z + \mathbf{a})}{H}$$

$$\mathbf{a} = \frac{1}{g} \left[(2\boldsymbol{\Omega} + \nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{v} + \frac{1}{2} \nabla v^2 + \frac{gH}{p} \mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{u} \right]$$

Atmosfääridünaamika võrrandid

- Pidevusvõrrand

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

- Temperatuuri evolutsioonivõrrand

$$\partial_t T = -\mathbf{v} \cdot \nabla T - \frac{RT}{c_v} \nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{W}{c_v}$$

Võrrand rõhule

$$\nabla \cdot (\nabla p + \mathbf{b} p) = 0$$

Koordinaatesituses:

$$\partial_z [(\partial_z + b_z)p] + \frac{\beta^2}{\cos^2 \varphi} \{ \partial_\lambda [(\partial_\lambda + b_\lambda)p] + \cos \varphi \partial_\varphi [\cos \varphi (\partial_\varphi + b_\varphi)p] \} = 0$$

$$\beta = \frac{Z_M}{r_0} \sim 10^{-2}$$

Z_M - mudeli ülempiiri kõrgus (nt 36 km)

r_0 – Maa raadius

Ääritingimused

- Üläpiiril:

$$(u^{\zeta})_{\zeta=1} = 0$$

$$(u^{\lambda})_{\zeta=1} = 0$$

$$(u^{\varphi})_{\zeta=1} = 0$$

$$(p)_{\zeta=1} = 0$$

- Alapiiril:

Normaalisuunaline impulss peab saama nulliks

$$(\mathbf{n}^0 \cdot \mathbf{u})_{\zeta=\zeta_0(\lambda,\varphi)} = 0, \mathbf{n}^0 - \text{aluspinna normaalvektor}$$

➡ Ääritingimus impulsile

➡ Ääritingimus rõhule

Rõhu ääreväärtusülesande lahend

Rõhu ääreväärtusülesande moodustavad rõhuvõrrand koos ääritingimustega

Rõhuvõrrandi lahend esitub hüdrostaatilise peakomponendi ja mittehüdrostaatilise häirituse summana

$$p = \bar{p} + p'$$

$$\beta^2 = 0 \quad \longrightarrow \quad \bar{p}(\zeta, \lambda, \varphi) = p_0 \exp \left[- \int_0^{\zeta} b_{\zeta}(\zeta', \lambda, \varphi) d\zeta' \right]$$

p' leiame, pannes rõhuvõrrandisse teadaolev \bar{p}

Modelleerimine

- Mittehüdrostaatilisuse allikad:
 - Tuul
 - Mitteühtlane maastik
 - Ebaühtlaselt soojenenud maastik
- Mida modelleerisin:
 - Impulss (ehk tuul)
 - Rõhk

Modelleerimine

- Mittehüdrostaatilisuse allikad:
 - ~~Tuul~~
 - ~~Mitteühtlane maastik~~
 - Ebaühtlaselt soojenenud maastik
- Mida modelleerisin:
 - ~~Impulss (ehk tuul)~~
 - Rõhk

Modelleerimine

- Mittehüdrostaatilise allikad:
 - ~~Tuul~~
 - ~~Mitteühtlane maastik~~
 - Ebaühtlaselt soojenenud maastik
- Mida modelleerisin:
 - ~~Impulss (ehk tuul)~~
 - Rõhk

Rõhuvälja kujunemine temperatuurivälja toimetel

Temperatuuri modelleerimine

$$T(\varphi, z) = T_0(\varphi) - \gamma(\varphi)z + \frac{\gamma(\varphi)}{2z_{tp}(\varphi)} z^2$$

$T_0(\varphi)$ - aluspinna temperatuur

$\gamma_t(\varphi)$ – vertikaalse temperatuurigradiendi
absoluutväärtus alumises troposfääris

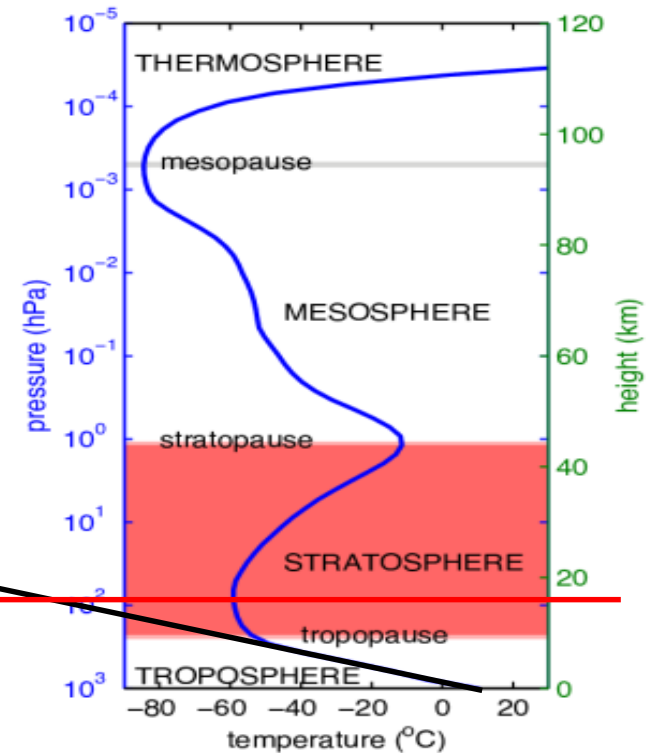
$z_{tp}(\varphi)$ – temperatuurimiinimumi kõrgus
tropopausis

Meridionaalsuunas aeglaselt muutuv temperatuuriväli:

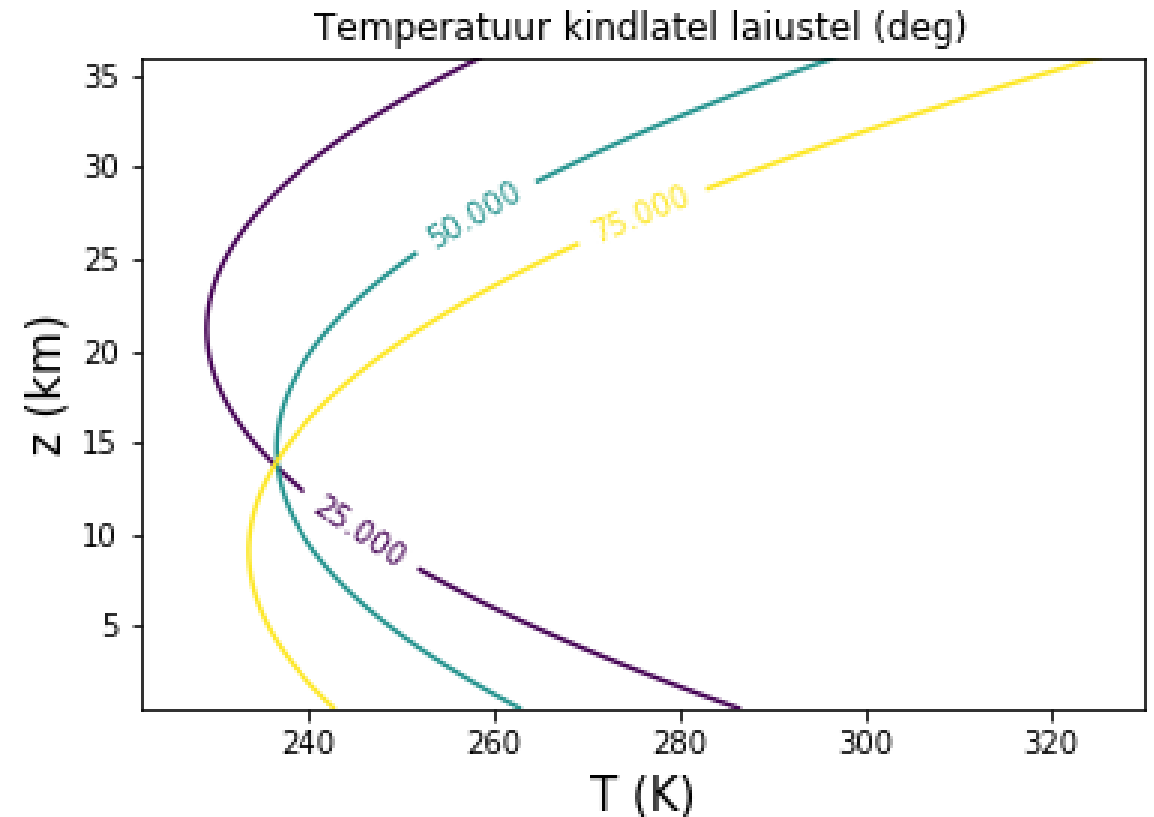
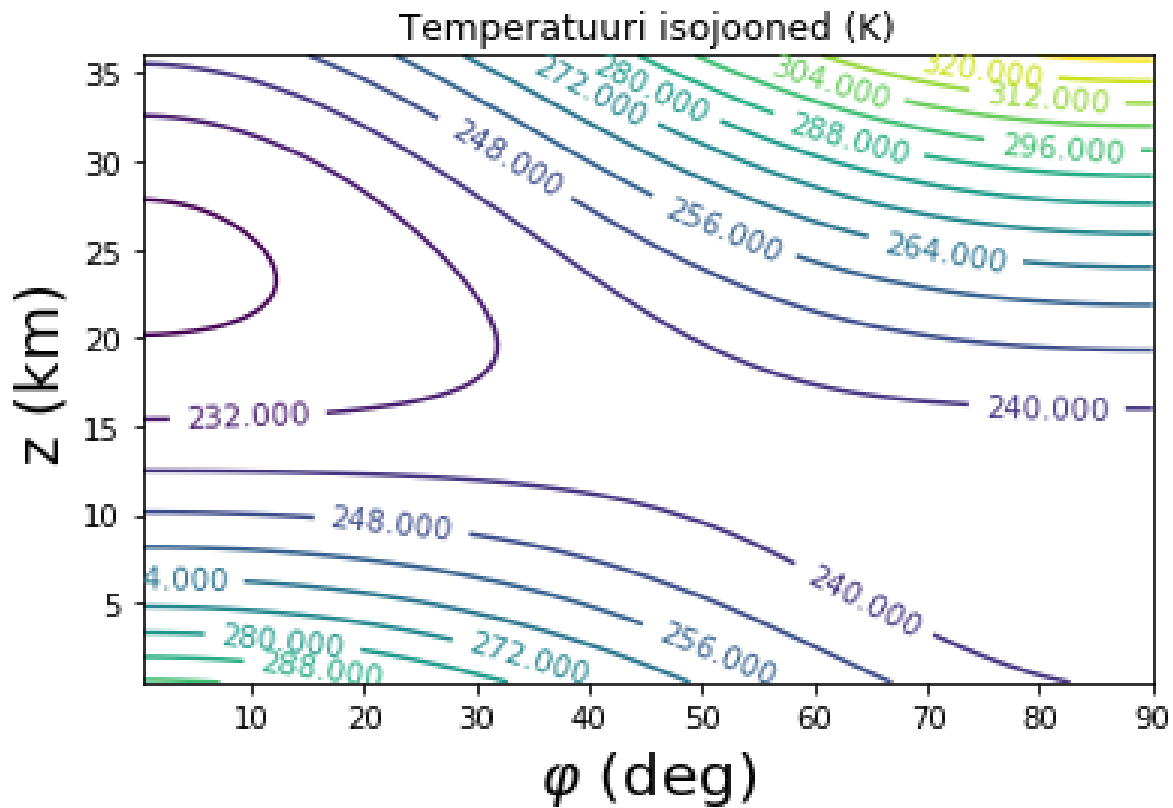
$$T_0(\varphi) = 300 - 60 \cdot \sin^2(\varphi) [K],$$

$$\gamma(\varphi) = 6.5 - 4.5 \cdot \sin^2(\varphi) [K/km]$$

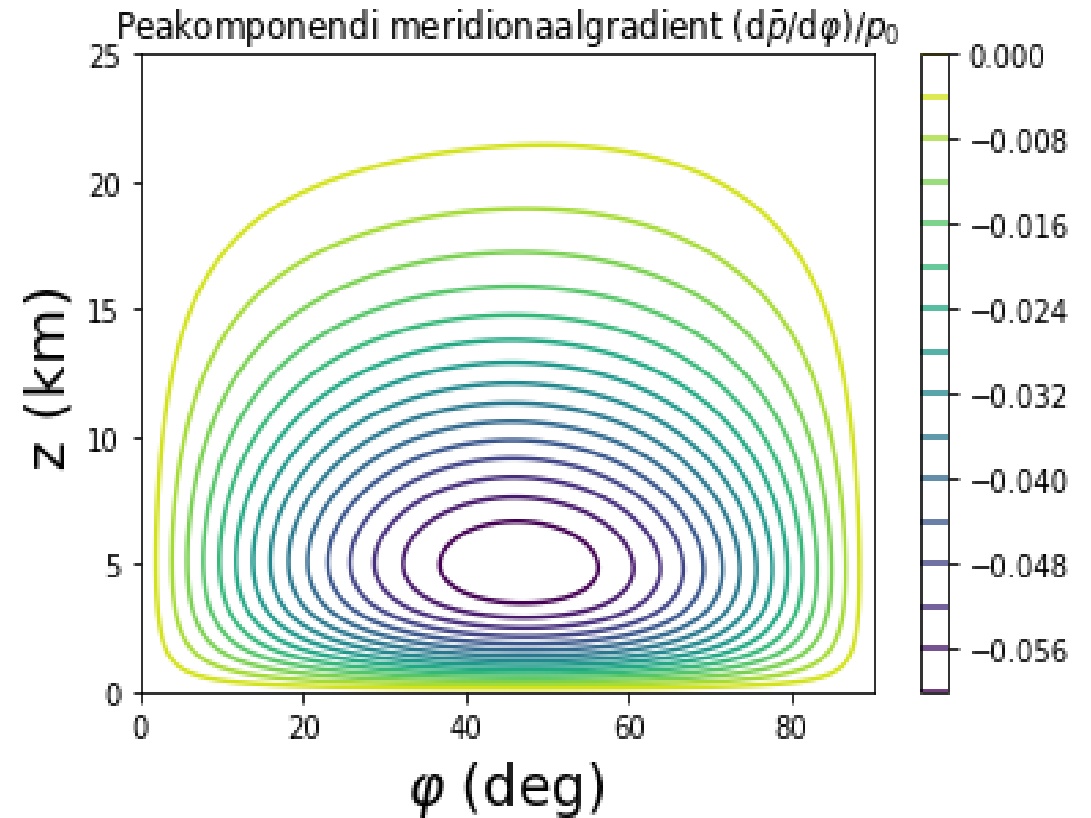
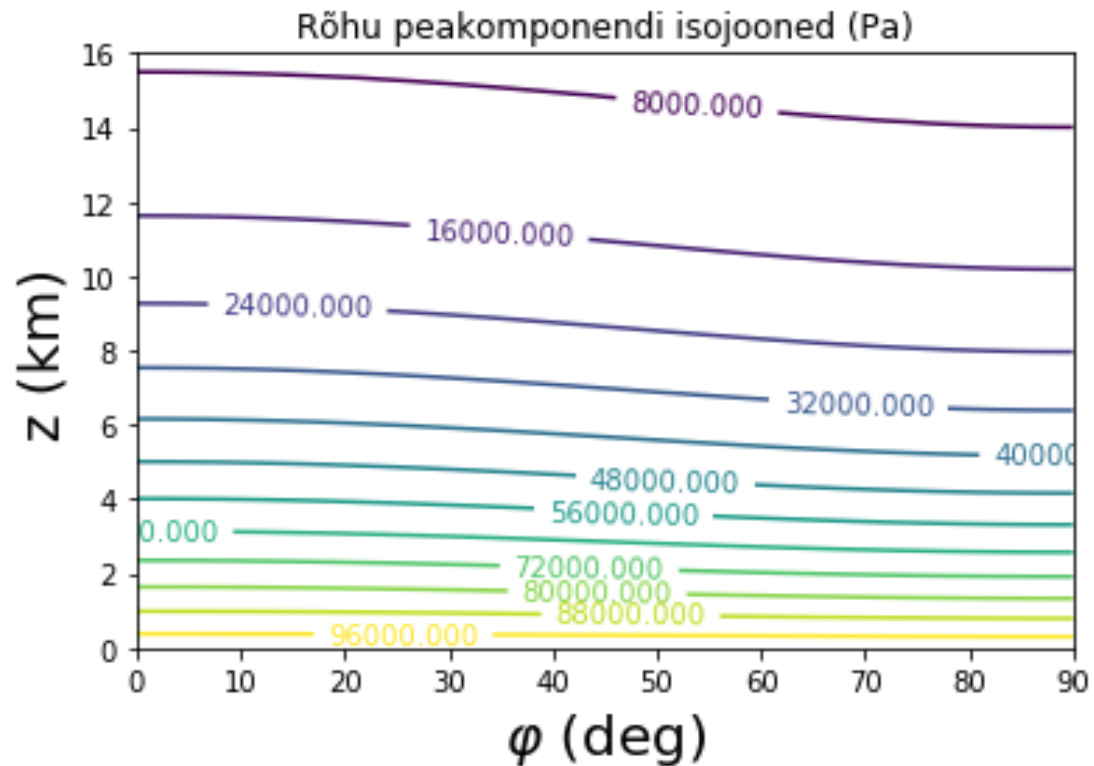
$$Z_{tp}(\varphi) = 24 - 16 \cdot \sin^2(\varphi) [km]$$



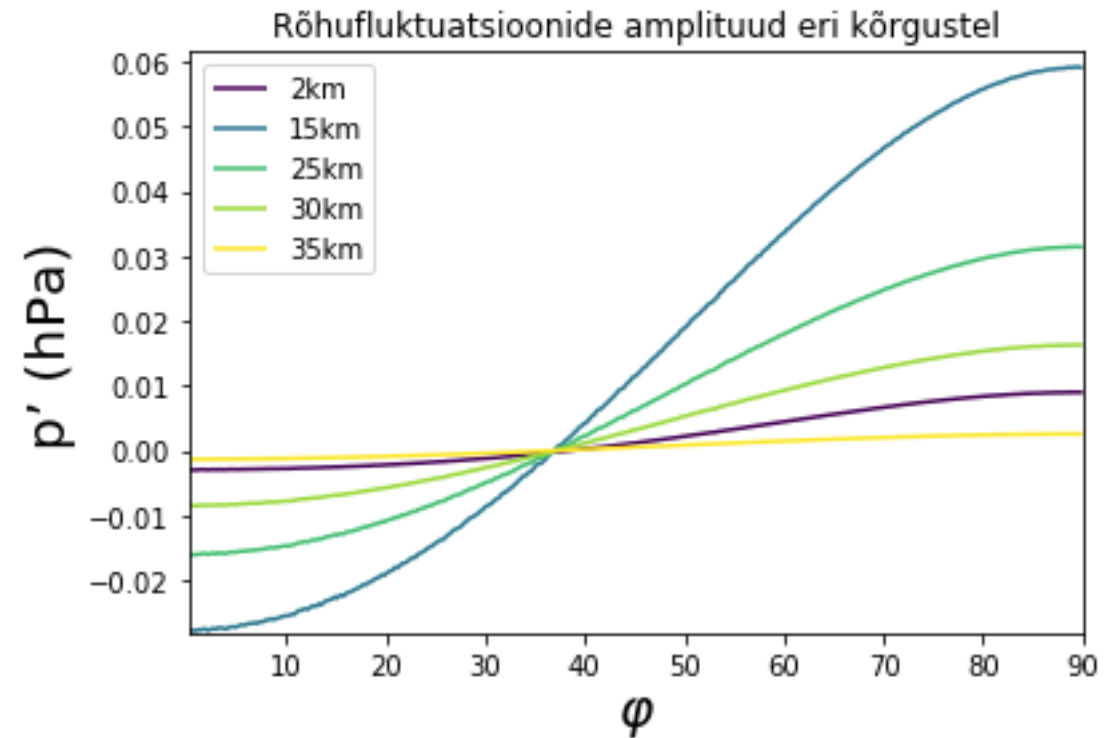
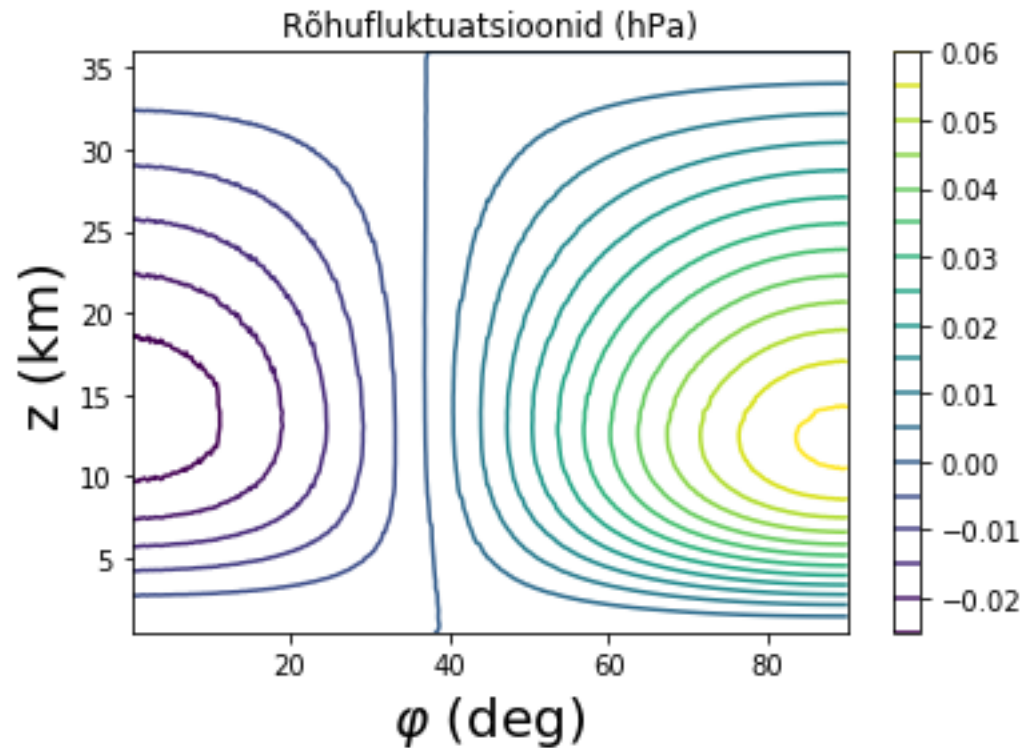
Meridionaalsuunas aeglaselt muutuv temperatuuriväli



Meridionaalsuunas aeglaselt muutuv temperatuuriväli



Meridionaalsuunas aeglaselt muutuv temperatuuriväli



Vertikaalselt isotermiline subtroopilise frondiga atmosfäär

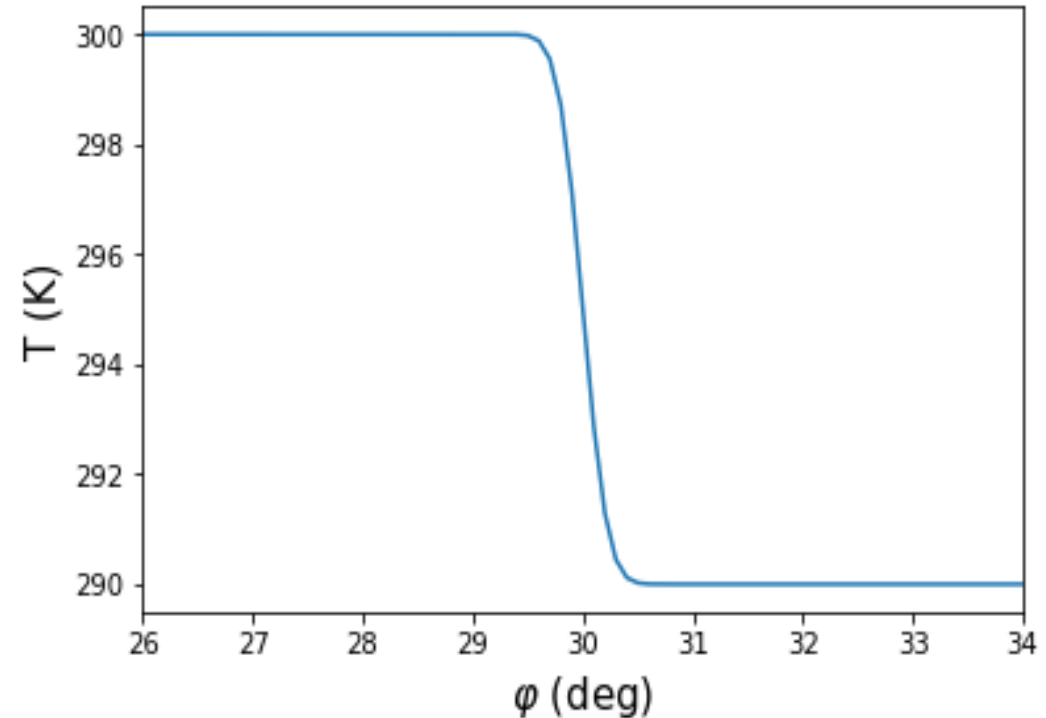
$$T(\varphi) = T_0 - \Delta T \cdot W(\varphi; \varphi_0, \Delta)$$

$$W(\varphi; \varphi_0, \Delta) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \frac{\varphi - \varphi_0}{\Delta} \right)$$

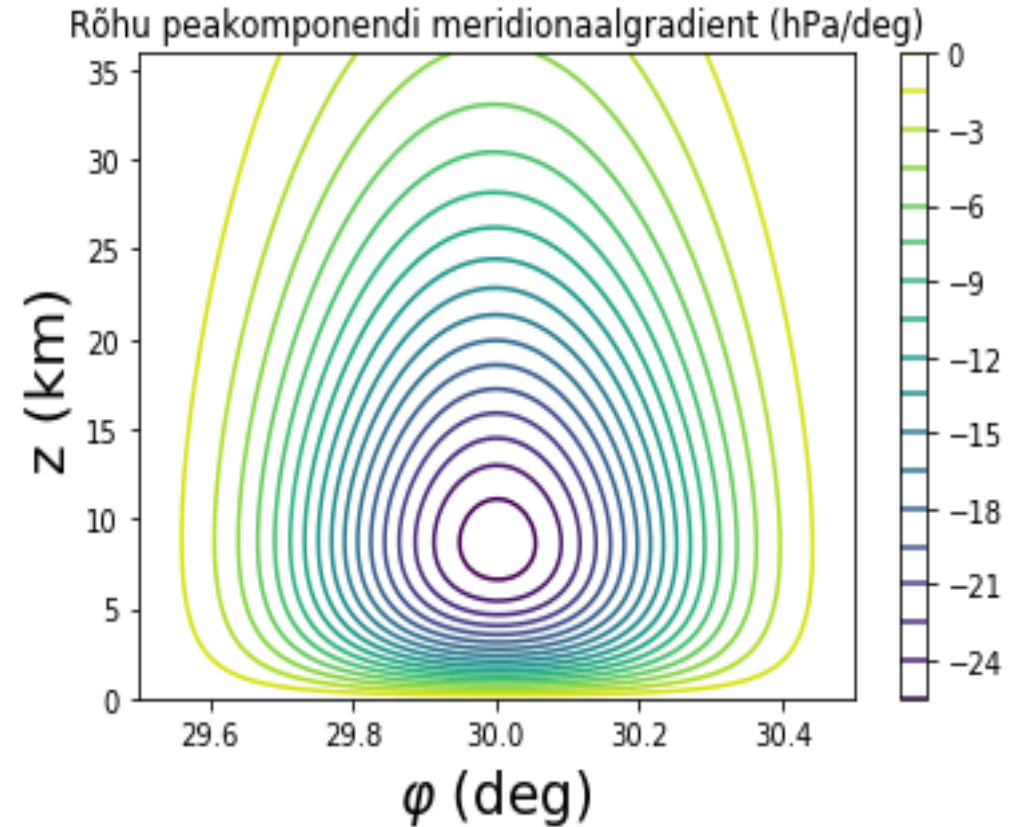
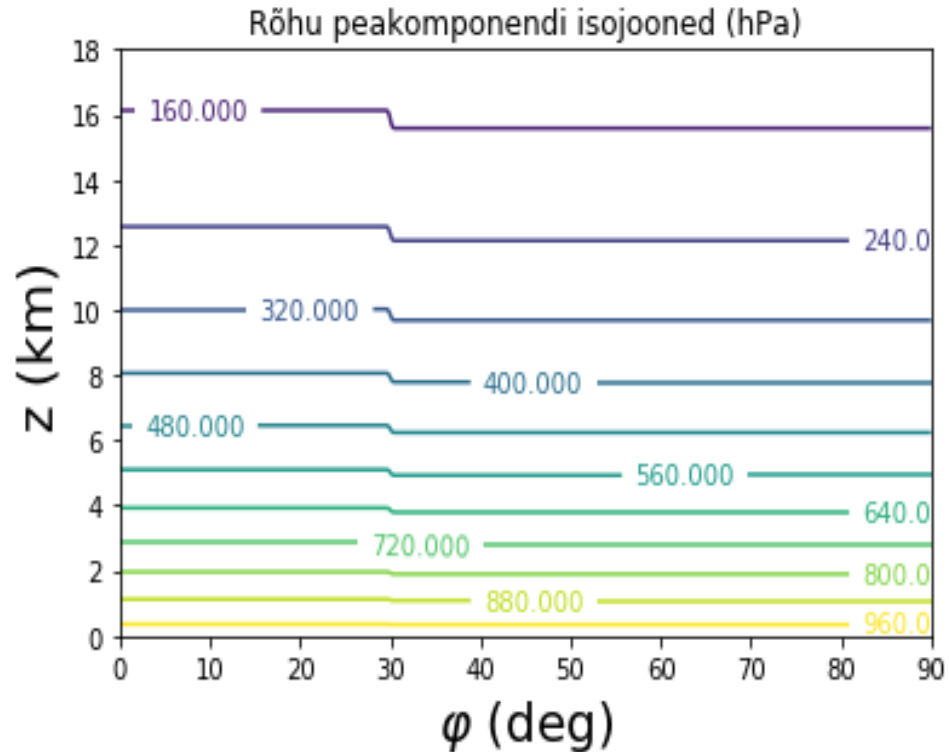
φ_0 - frondi tsenter,
 4Δ – frondi laius

$$T_0 = 300K, \Delta T = 10K,$$

$$\varphi_0 = 30^\circ, \Delta = 0.25^\circ$$

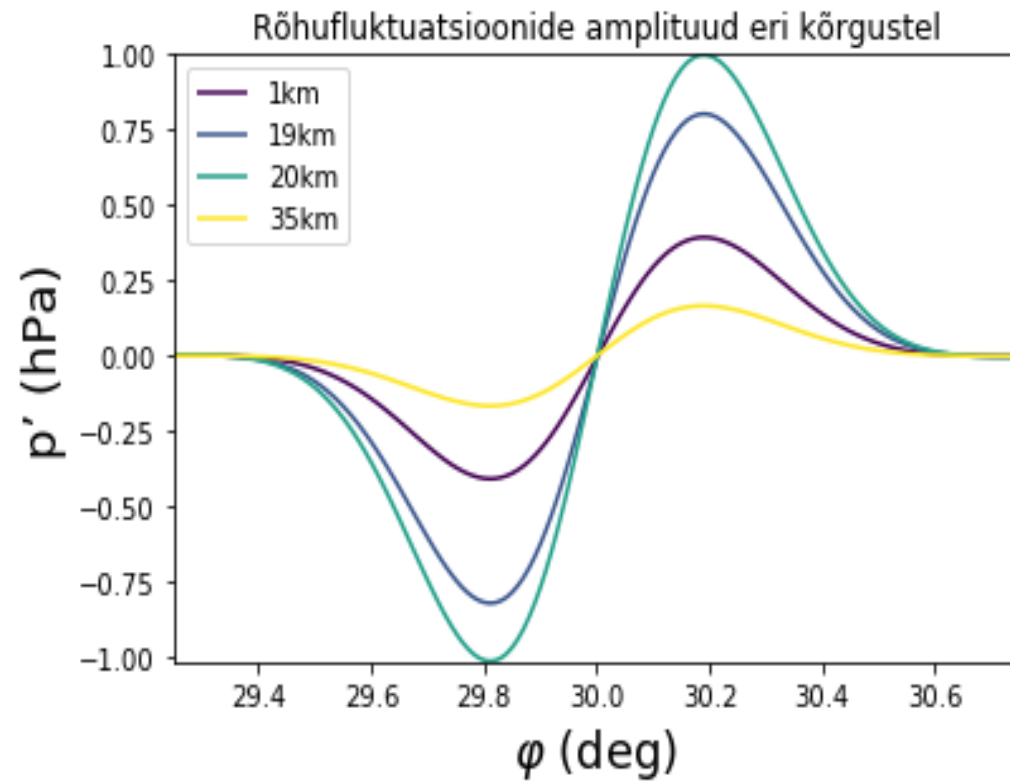
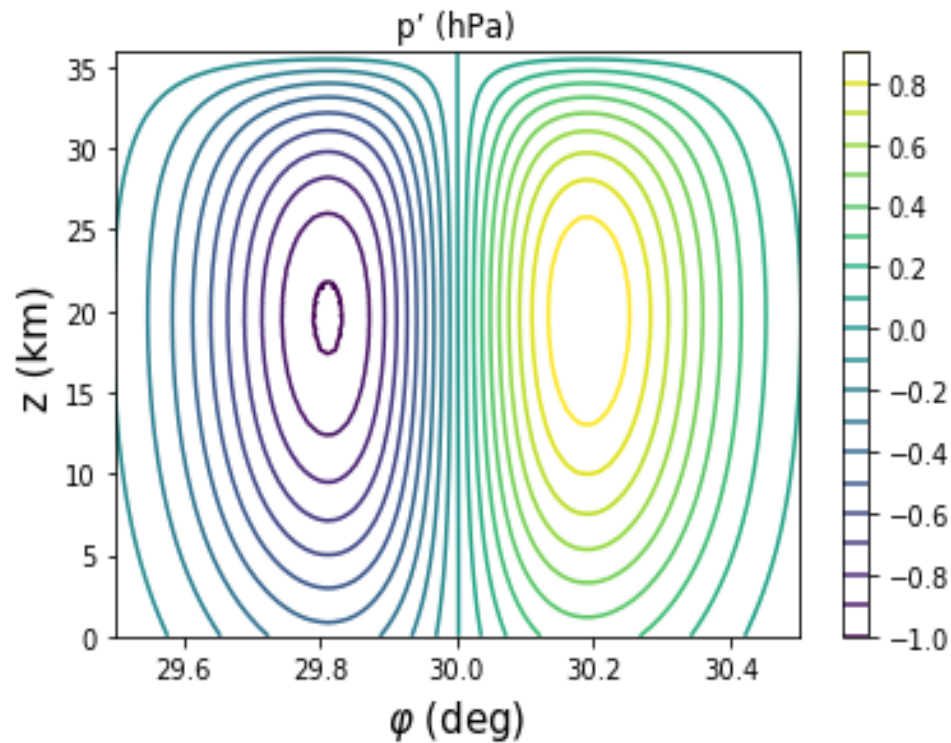


Vertikaalselt isotermiline subtroopilise frondiga atmosfäär



Peakomponendi meridionaalgradiendi $\partial_{\phi}\bar{p}$ miinumile vastab idasuunalise jugavoolu u^{λ} maksimum $z = 8 \text{ km}$, $\phi = 30^{\circ}$ juures.

Vertikaalselt isothermiline subtroopilise frondiga atmosfäär



Kokkuvõte

- Uus lähenemine, mille aluseks on täpsed võrrandid
 - evolutsioonivõrrand impulsitihedusele
 - diagnostiline võrrand rõhule
- Rõhuvõrrandi lahend esitub kahes osas
- Mittehüdrostaatiline rõhuparand saavutab arvestatavaid väärtusi järskude temperatuurifrontide korral
- Parandi arvestamise olulisus tuleb välja selgitada tulevastes töödes